

Feuille d'exercices

1 Exponentiations modulaires

Quelques exercices à faire chez vous pour vous entraîner en plus des exercices de TD. A faire sans calculatrice (sauf éventuellement pour la partie difficile de la fin).

La correction existe uniquement pour quelques exemples, mais le principe est le même pour les autres et vous pouvez vous aider d'une calculatrice pour vérifier vos résultats !

1.1 Les plus faciles

- $x \equiv 10^3 \pmod{50}$

correction :

$$10^3 = 10^2 \times 10$$

$$x \equiv 10^2 \times 10 \pmod{50} \equiv 0 \times 10 \pmod{50} \equiv 0 \pmod{50}$$

- $x \equiv 10^6 \pmod{100}$

- $x \equiv 10^{100} \pmod{10}$

- $x \equiv 5^5 \pmod{25}$

correction :

$$5^5 = 5^2 \times 5^3$$

$$x \equiv 25 \times 5^3 \pmod{25} \equiv 0 \times 5^3 \pmod{25} \equiv 0 \pmod{25}$$

- $x \equiv 7^4 \pmod{48}$

- $x \equiv 7^{12} \pmod{24}$

- $x \equiv 7^{1999} \pmod{49}$

- $x \equiv 99^6 \pmod{98}$

- $x \equiv 57^{10} \pmod{56}$

correction :

$$x \equiv 57^{10} \pmod{56} \equiv 1^{10} \pmod{56} \equiv 1 \pmod{56}$$

- $x \equiv 94871^{48796} \pmod{94870}$

1.2 Un peu plus dur

- $x \equiv 55^{10} \pmod{50}$

correction :

$$x \equiv 55^{10} \pmod{50} \equiv 5^{10} \pmod{50} \equiv 5^3 \times 5^3 \times 5^3 \times 5 \pmod{50}$$

$$x \equiv 125 \times 125 \times 125 \times 5 \pmod{50} \equiv 25 \times 25 \times 25 \times 5 \pmod{50}$$

$$x \equiv 625 \times 125 \pmod{50} \equiv 25 \times 25 \pmod{50}$$

$$x \equiv 625 \pmod{50} \equiv 25 \pmod{50}$$

- $x \equiv 9^6 \pmod{80}$
- $x \equiv 3^{16} \pmod{26}$
- $x \equiv 4^{16} \pmod{7}$
- $x \equiv 2^{10} \pmod{15}$

correction :

$$x \equiv 2^{10} \pmod{15} \equiv 2^4 \times 2^4 \times 2^2 \pmod{15} \equiv 16 \times 16 \times 4 \pmod{15}$$

$$x \equiv 1 \times 1 \times 4 \pmod{15} \equiv 4 \pmod{15}$$

- $x \equiv 4^{16} \pmod{3}$
- $x \equiv 11^5 \pmod{55}$
- $x \equiv 9^6 \pmod{71}$
- $x \equiv 12^5 \pmod{132}$
- $x \equiv 6^6 \pmod{30}$
- $x \equiv 5^5 * 6^6 \pmod{2}$

correction :

$$x \equiv 5^5 * 6^6 \pmod{2} \equiv 2^5 * 2^6 \pmod{2}$$

$$x \equiv 32 * 64 \pmod{2} \equiv 0 \pmod{2}$$

1.3 Les difficiles

- $x \equiv 13^5 \pmod{121}$

correction :

$$x \equiv 13^5 \pmod{121} \equiv 13^2 \times 13^2 \times 13 \pmod{121}$$

$$x \equiv 169 \times 169 \times 13 \pmod{121} \equiv 48 \times 48 \times 13 \pmod{121}$$

$$x \equiv 48 \times 624 \pmod{121} \equiv 48 \times 19 \pmod{121}$$

$$x \equiv 912 \pmod{121} \equiv 65 \pmod{121}$$

- $x \equiv 19^9 \pmod{83}$
- $x \equiv 11 + 9^5 \pmod{10}$
- $x \equiv 8^{12} \pmod{23}$
- $x \equiv 5^{16} \pmod{3}$
- $x \equiv 8^6 \pmod{30}$

correction :

$$x \equiv 8^6 \pmod{30} \equiv 8^2 \times 8^2 \times 8^2 \pmod{30}$$

$$x \equiv 64 \times 64 \times 64 \pmod{30} \equiv 4 \times 4 \times 4 \pmod{30}$$

$$x \equiv 64 \pmod{30}$$

$$x \equiv 4 \pmod{30}$$

- $x \equiv 40^6 \pmod{1500}$
- $x \equiv 8 * 5^6 \pmod{7}$
- $x \equiv 8^{12} \pmod{5}$
- $x \equiv 15^6 \pmod{20}$

correction :

$$x \equiv 15^6 \pmod{20} \equiv 15^2 \times 15^2 \times 15^2 \pmod{20}$$

$$x \equiv 5 \times 5 \times 5 \pmod{20} \equiv 125 \pmod{20}$$

$$x \equiv 5 \pmod{20}$$